

# 13

## 재외국민 필기고사 - 수학 (자연계열)

### 1. 일반정보

유형	<input type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input checked="" type="checkbox"/> 선택형 및 단답형 문항	
전형명	재외국민 특별전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(수학) / 문제 21-30	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I, 수학 II, 확률과 통계
예상 소요 시간	30분 / 전체 60분	

### 2. 문항 및 제시문

#### 수 학 (21-30)

21.  $\log_2 5 = a, \log_3 2 = b$  일 때,  $\log_2 15$ 를 구하시오.

- ①  $ab$       ②  $a+3b$       ③  $\frac{1}{a+b}$       ④  $a+\frac{1}{b}$

22. 다음 중 가장 작은 수는?

- ①  $\log_5 \sqrt{3} + \log_3 \sqrt{5}$       ②  $\tan \frac{4}{15}\pi$   
 ③  $2020^{-0.007}$       ④  $\sin \frac{\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{10}$

23.  $\sin 2^\circ + \sin 4^\circ + \sin 6^\circ + \dots + \sin 358^\circ + \sin 360^\circ$  의 값을 구하시오.

- ①  $-1$       ②  $0$       ③  $1$       ④  $2$

24. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합이  $S_n = 3n^2 + n$  이다.  $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{99} - a_{100} + a_{101}$  의 값을 구하시오.

- ① 300                      ② 304                      ③ 402                      ④ 406

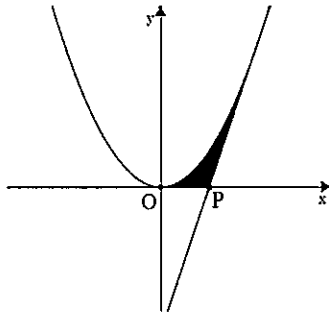
25. 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대해  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - 3}{h} = 8$  이다. 함수  $g(x) = \{f(x)\}^2$  에 대해  $g'(0)$  의 값을 구하시오.

- ① 10                      ② 12                      ③ 24                      ④ 48

26. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\int_a^x f(t)dt = 2x^2 - 8x + 6$ 을 만족시키는 함수  $f(x)$ 와 상수  $a$ 에 대해  $a \times f(1)$ 의 값을 구하시오.

- ① 0                      ② 1 또는 3  
③ 2 또는 6                      ④ -4 또는 -12

27. 포물선  $y = x^2$ 과  $x$ 축 상의 원점이 아닌 점 P에서 이 포물선에 그은 두 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 생각하자. OP의 길이가 2배가 되면 이 도형의 넓이는 몇 배가 되는가?



- ①  $2\sqrt{2}$                       ② 4                      ③  $4\sqrt{2}$                       ④ 8

28. 다음 부등식을 만족시키는 홀수  $n$ 의 값을 구하시오.  
 $500 < {}_n C_0 + {}_n C_2 + {}_n C_4 + \dots + {}_n C_{n-1} < 1500$

- ① 7                      ② 9                      ③ 11                      ④ 13

29. 좌표평면 상에서  $x, y$ 좌표가 1 이상 10 이하의 자연수인 점들을 생각하자. 이 100개의 점들 중 임의로 두 개를 선택하여 이은 직선이  $x$ 축과 평행할 확률을 구하시오.

- ①  $\frac{1}{11}$       ②  $\frac{1}{10}$       ③  $\frac{10}{99}$       ④  $\frac{1}{9}$

30. 흥익이는 동전 1개를 던져서 앞면이 나오면 2점을 얻고, 뒷면이 나오면 2점을 잃는 게임을 하였다(따라서 점수는 음수가 될 수도 있다). 동전을 100번 던졌을 때, 최종 점수가 40점 이상이 될 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

<표준정규분포표>

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① 0.0228      ② 0.0456      ③ 0.0668      ④ 0.1336

### 3. 출제 의도

본 필기고사에서는 고등학교 교육과정의 교과 중 <수학 I>, <수학 II>, <확률과 통계>에서 학습하는 다양한 개념과 원리를 이해하고 이를 응용하는 능력을 평가한다. 특히, 기본 원리들을 이용하여 수학적 문제 상황을 논리적으로 해결하는 응용력을 갖추었는지 평가한다. 교육부에서 제시한 교육과정의 성취기준에 초점을 두고, 각 교과서에서 다루고 있는 문제의 유형에 맞추어 다양한 수준의 문제들을 출제하였다.

### 4. 출제 근거

#### 가) 교육과정 및 관련 성취 기준

적용 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정”의 <일반과목>  
 교육과정 - 과목명: 수학 I, 수학 II, 확률과 통계

문항 번호	과목	영역	내용주제	교육과정내용 (성취기준)
21	수학 I	(1) 지수함수와 로그함수	(가) 지수와 로그	로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. (12수학 I 01-04, p63)
22	수학 I	(1) 지수함수와 로그함수	(가) 지수와 로그	로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. (12수학 I 01-04, p63)
		(1) 지수함수와 로그함수	(나) 지수함수와 로그함수	지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. (12수학 I 01-07, p63)
		(2) 삼각함수	(가) 삼각함수	삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. (12수학 I 02-02, p64)
23	수학 I	(2) 삼각함수	(가) 삼각함수	삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. (12수학 I 02-02, p64)
24	수학 I	(3) 수열	(가) 등차수열과 등비수열	등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을 구할 수 있다. (12수학 I 03-02, p65)
25	수학 II	(2) 다항함수의 미분법	(가) 미분계수	미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. (12수학 II 02-01, p75)
			(나) 도함수	함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다. (12수학 II 02-05, p75)
26	수학 II	(3) 다항함수의 적분법	(나) 정적분	정적분의 뜻을 안다. (12수학 II 03-03, p76)
27	수학 II	(2) 다항함수의 미분법	(다) 도함수의 활용	접선의 방정식을 구할 수 있다. (12수학 II 02-06, p75)

문항 번호	과목	영역	내용주제	교육과정내용 (성취기준)
		(3) 다항함수의 적분법	(다) 정적분의 활용	곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. (12수학 II 03-05, p76)
28	확률과 통계	(1) 경우의 수	(나) 이항정리	이항정리를 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있 다. (12확통01-03, p96)
29	확률과 통계	(2) 확률	(가) 확률의 뜻과 활용	통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다. (12확통02-01, p97)
30	확률과 통계	(3) 통계	(가) 확률분포	이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다. (12확통03-03, p98)
				정규분포의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. (12확통03-04, p98)

나) 자료 출처

문항 번호	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
21	수학 I	김원경 외	비상교육	2020	28	본문내용 및 문제	○
21	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2020	31-33	본문내용 및 문제	○
22	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2020	31-34, 54, 89	본문내용 및 문제	○
22	수학 I	김원경 외	비상교육	2020	25-28, 53, 83	본문내용 및 문제	○
23	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2020	84-86	본문내용 및 문제	○
23	수학 I	김원경 외	비상교육	2020	81	본문내용 및 문제	○
24	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2020	130, 131	본문내용 및 문제	○
24	수학 I	김원경 외	비상교육	2020	126	본문내용 및 문제	○
25	수학 II	고성은 외	좋은책신사고	2020	42, 66, 69, 104	본문내용 및 문제	○
25	수학 II	김원경 외	비상교육	2020	34, 63, 66	본문내용 및 문제	○
26	수학 II	홍성복 외	지학사	2020	129	본문내용 및 문제	○
26	수학 II	고성은 외	좋은책신사고	2020	121, 127	본문내용 및 문제	○
27	수학 II	고성은 외	좋은책신사고	2020	74, 146	본문내용 및 문제	○
27	수학 II	김원경 외	비상교육	2020	73, 136	본문내용 및 문제	○
28	확률과 통계	김원경 외	비상교육	2020	21-22	본문내용 및 문제	○
29	확률과 통계	김원경 외	비상교육	2020	43, 44	본문내용 및 문제	○

문항 번호	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
30	확률과 통계	김원경 외	비상교육	2020	93-96	본문내용 및 문제	○
29	확률과 통계	류희찬 외	천재교과서	2016	125~138	본문내용 및 문제	○
30	확률과 통계	정상권 외	금성출판사	2016	140~149, 156~165	본문내용 및 문제	○
30	확률과 통계	류희찬 외	천재교과서	2016	139~151, 156~165	본문내용 및 문제	○

### 5. 문항해설

문항 번호	문항해설
21	$\log_2 15 = \log_2 3 + \log_2 5$ 이고 $\log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{1}{\log_3 2}$ 이므로 $\log_2 15 = \frac{1}{b} + a$ 이다.
22	$\log_5 \sqrt{3} + \log_3 \sqrt{5} = \frac{1}{2} \log_5 3 + \frac{1}{2} \log_3 5 = \frac{1}{2} \left( \frac{\log 3}{\log 5} + \frac{\log 5}{\log 3} \right) \geq \sqrt{\frac{\log 3}{\log 5} \cdot \frac{\log 5}{\log 3}} = 1$ (마지막 부등호는 두 수의 산술평균 $\geq$ 기하평균) $\tan\left(\frac{4}{15}\pi\right) > \tan\left(\frac{1}{4}\pi\right) = 1$ $2020^{-0.007} < 2020^0 = 1$ $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) > 1$ (빗변이 1, 한 각이 $\frac{\pi}{10}$ 인 직각삼각형에 대한 삼각부등식) 따라서 $2020^{-0.007}$ 이 가장 작다.
23	$\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)$ 이므로 $\sin 2^\circ + \sin 4^\circ + \sin 6^\circ + \dots + \sin 180^\circ$ $= -\sin(180+2)^\circ - \sin(180+4)^\circ - \sin(180+6)^\circ - \dots - \sin(180+180)^\circ$ 따라서 주어진 합은 0이다.
24	$a_n = S_n - S_{n-1} = 3n^2 + n - 3(n-1)^2 - (n-1) = 6n - 2 \quad (n \geq 2)$ 또한 $a_1 = S_1 = 4$ 이므로 모든 $n \geq 1$ 에 대해 $a_n = 6n - 2$ 이다. 즉, 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 4 이고, 공차가 6인 등차수열이다. $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{99} - a_{100} + a_{101}$ $= a_1 + (-a_2 + a_3) + (-a_4 + a_5) + \dots + (-a_{100} + a_{101})$ $= 4 + 6 + 6 + \dots + 6 = 4 + 6 \cdot 50 = 304$
25	주어진 극한값이 존재하려면 $\lim_{h \rightarrow 0} \{f(2h) - 3\} = 0$ 이어야 하므로 $f(0) = 3$ 이다. 또한 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - 3}{2h} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0)$ 이므로 $f'(0) = 4$ 이다. 따라서 $g'(0) = 2f(0)f'(0) = 24$ 이다.

26	$\int_a^x f(t)dt = 2x^2 - 8x + 6$ 에서 $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x) = 4x - 8$ 이므로, $f(1) = -4$ 이다. 또한, $\int_a^a f(t)dt = 2a^2 - 8a + 6 = 0$ 이므로, $a = 1$ 또는 $a = 3$ 이다. 따라서 $af(1)$ 의 값은 $-4$ 또는 $-12$ 가 된다.
27	P의 좌표를 $(a, 0)$ 라 하자. 포물선 상의 점 $(b, b^2)$ 에서 접선 $y = 2b(x - b) + b^2 = 2bx - b^2$ 이 P를 지난다면, $2ba - b^2 = 0$ . 즉, $b = 0, 2a$ 이고 접점은 $(0, 0), (2a, 4a^2)$ 이다. $Q = (2a, 4a^2), R = (2a, 0)$ 이라 하면, 포물선과 두 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 $\int_0^{2a} x^2 dx - (\text{삼각형 PQR의 넓이}) = \frac{1}{3}(2a)^3 - \frac{1}{2}a \cdot 4a^2 = \frac{2}{3}a^3$ 이다. 따라서 OP의 길이가 2배가 되면 도형의 면적은 8배가 된다.
28	${}_nC_0 + {}nC_1 + {}nC_2 + \dots + {}nC_n = 2^n$ 이고 ${}_nC_k = {}nC_{n-k}$ 로부터 $n$ 이 홀수일 때 ${}_nC_0 + {}nC_2 + {}nC_4 + \dots + {}nC_{n-1} = {}nC_n + {}nC_{n-2} + {}nC_{n-4} + \dots + {}nC_1$ 이므로 ${}_nC_0 + {}nC_2 + {}nC_4 + \dots + {}nC_{n-1} = 2^{n-1}$ 이다. $500 < 2^{n-1} < 1500$ 을 만족시키는 $n$ 의 값을 구하면, $2^9 = 512, 2^{10} = 1024$ 이므로, $n$ 은 10 또는 11이다. $n$ 은 홀수이므로 $n = 11$ 이다.
29	선택한 두 점의 $y$ 좌표가 둘 다 1일 확률은 $\frac{10\text{개의 점}(1,1), (2,1), \dots, (10,1)\text{중 2개를 선택하는 경우의수}}{100\text{개의 점 중 2개를 선택하는 경우의수}}$ $= \frac{{}_{10}C_2}{{}_{100}C_2} = \frac{10 \cdot 9}{100 \cdot 99} = \frac{1}{110}$ 이다. 마찬가지로 선택한 두 점의 $y$ 좌표가 둘 다 2, 3, ..., 10일 확률은 각각 $\frac{1}{110}$ 이고 이 사건들은 서로 배반사건이므로 선택한 두 점의 $y$ 좌표가 같을 확률은 $\frac{1}{110} \times 10 = \frac{1}{11}$ 이다.
30	동전을 100번 던져서 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 $X$ 라고 하면, $X$ 는 이항분포 $B(100, \frac{1}{2})$ 를 따른다. 표본의 크기가 충분히 크므로 $X$ 는 대략 정규분포 $N(50, 25)$ 를 따른다. 동전을 100번 던졌을 때 총점은 $2X - 2(100 - X) = 4X - 200$ 이므로 구하는 확률은 $P(4X - 200 \geq 40) = P(X \geq 60) = P(Z \geq \frac{60 - 50}{5}) = P(Z \geq 2)$ 이다. 주어진 표준정규분포표에 의해 이 확률은 $0.5 - 0.4772 = 0.0228$ 즉, 구하는 확률은 0.0228이다.

6. 채점 기준

4지 선다형 문제로 모든 문항 동일 배점함

7. 답안

문제	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
정답	4	3	2	2	3	4	4	3	1	1